# MULTIPLEX EN AMPLITUD

**Caupolicán Muñoz Gamboa***

*RESUMEN - Se plantea una nueva técnica en la aplicación del multiplex, en contraposición a las ya conocidas en frecuencia y tiempo. Se compara en general con las técnicas anotadas y se demuestran algunas de sus posibilidades.*

*Se da una demostración puramente teórica de su factibilidad y se incluye un ejemplo para un sistema de multiplex de 2 canales binarios, abriéndose la posibilidad de encontrar soluciones más generales.*

*SUMMARY - A new technique is formulated for the application of multiplex, in oppsition to those known in frequency and time. It is compared, in general, to the above mentioned techniques, and some of its possibilities are demonstrated.*

*A purely theoretical demonstration of its feasibility is given, accompanied by an example of a binary two-channel multiplex system, thus visualising the possibilities of more general solutions.*

## INTRODUCCION

Las técnicas de multiplex en tiempo y en frecuencia son conocidas ampliamente y sus ventajas y desventajas en transmisión de la información, permiten decidir en un momento determinado su utilización para solucionar un problema específico de la ingeniería. En ambos casos se procesa la información, que aparece en forma de una señal de un ancho de banda definido, restringido y de amplitud acotada, lo que constituye un canal.

Los métodos de multiplex en tiempo y en frecuencia permiten transformar un conjunto de dichos canales en uno solo compuesto, y con características diferentes. En cualquier caso, el proceso debe ser reversible y respetar los márgenes de anchos de banda y amplitudes a lo largo de él. Sin embargo, ambos se caracterizan por separar la información en tiempo y en frecuencia, lo que nos hace llegar a la pregunta de si es posible separar en amplitud y cómo se enfrentaría la solución a este problema.

* El autor es Profesor del Depto. de Ingeniería Eléctrica

**DISCUSION DEL PROBLEMA**

El sistema de multiplex en frecuencia consiste fundamentalmente en ocupar canales de frecuencias diferentes para separar la información,[1,2]. De este modo, si tenemos n canales de ancho de banda $B_i$ (i = 1,2,....,n), en general el ancho de banda total del sistema será:

$$B > \sum_{i=1}^{n} B_i$$

ya que será necesario perder un pequeño margen entre canales por motivos de separación.

Considerando ahora que si $A_i$ es la amplitud máxima del canal i; $A_iB_i$ el rango dinámico de la información del canal i y **A** la amplitud máxima total del sistema, se tendrá que

$$A \geqslant \sum_{i=1}^{n} A_i$$

de lo que resulta, evidentemente, que

$$A \times B > \sum_{i=1}^{n} A_i \sum_{j=1}^{n} B_j = \sum_{i,j=1}^{n} A_iB_j > \sum_{i=1}^{n} A_iB_i$$

Vale decir, que en el sistema de multiplex en frecuencia el rango dinámico total de la información del sistema, será siempre mayor que la suma de los rangos dinámicos de la información de los canales. En realidad, por efecto de la última desigualdad, el primer miembro de la ecuación será mucho mayor que el último.

Por otra parte, sabemos que el sistema de multiplex en tiempo consiste principalmente en la obtención de una sucesión de muestras de la información, de tal modo que la secuencia de ella permite separar los canales, es decir, si se respeta la secuencia al mezclar la información y al separarla se respeta la separación adecuada[1,2].

De este modo se tiene que la amplitud máxima del sistema no será menor que la amplitud máxima del canal considerado, de lo que resulta que la amplitud máxima del sistema es, a lo menos, igual a la amplitud máxima de los canales, es decir, ahora se tiene que:

$$A \geqslant A_i \qquad (i = 1,2,..., n)$$

Respecto del ancho de banda, se sabe que el período de la secuencia, T, según el teorema del muestreo[3] cumple con

$$T \geqslant \frac{1}{2f_m}$$

en que $f_m$ es la frecuencia máxima que se debe respetar (cualquiera sea el canal cuyo ancho de banda incluya esta $f_m$).

La secuencia consistirá entonces, a lo menos, en 2 $f_m$ muestras por segundo por canal, es decir, en $2nf_m$ muestras por segundo para un sistema de n canales.

Sin embargo, el ancho de banda requerido para transmitir estas $2nf_m$ muestras por segundo es sólo de n $f_m$ ciclos[2]. De este modo, si $f_m$ corresponde a un canal de ancho de banda $B_m$, se tiene que:



$$B_m \geqslant B_i \qquad (i = 1,2,...,n)$$

ya que $f_m$ es la frecuencia máxima a respetar, por lo tanto:

$$B \geqslant nB_m \geqslant \sum_{i=1}^{n} B_i$$

y también:

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} \geqslant A_k \sum_{i=1}^{n} B_i = \sum_{i=1}^{n} A_k B_i \geqslant \sum_{i=1}^{n} A_i B_i$$

donde $A_k$ es la amplitud máxima a considerar.

Estos resultados nos indican que, en ambos casos, el rango dinámico total de la información es a lo menos igual a la suma de los rangos dinámicos de la información de los canales.

Nuestro problema consiste ahora en encontrar una transformación de los canales que utilice al máximo el rango dinámico total de la información y que sea posible de invertir, es decir, que se pueda recuperar la información inicial. Los métodos analizados consistían en separar la información en la frecuencia o en el tiempo, intentaremos ahora separar en amplitud.

Consideremos que si $A_i$ es nuevamente la amplitud máxima del canal i y que éste puede tomar valores entre un mínimo (digamos cero) y $A_i$, tendremos que la información estará contenida en el producto $\prod_{i=1}^{n} A_i^*$, entendiendo por $A_i^*$ el intervalo de valores que puede tomar el canal i, lo que intuitivamente nos define un espacio (el espacio en que está contenida la información de los canales). Cada punto de $\prod_{i=1}^{n} A_i^*$ es un conjunto de n coordenadas, cada una de las cuales representa un canal, siendo la coordenada i, el valor que toma el canal i.

Tenemos entonces que si el rango de variación del sistema, $\mathbf{A}^*$, debe estar comprendido entre un valor mínimo (digamos cero), y $\mathbf{A}$, será necesario encontrar una función

$$f_* : \prod_{i=1}^{n} A_i^* \rightarrow \mathbf{A}^*$$

tal que $f^{-1}$ exista, para poder recuperar la información, vale decir, para que sea posible:

$$f_*^{-1} : \mathbf{A}^* \rightarrow \prod_{i=1}^{n} A^*$$

En realidad, para obtener un resultado óptimo debería obtenerse que la función

$$f_{\mathbb{R}} : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^1$$

entre un espacio n-dimensional ( $\mathbb{R}^n$) y otro unidimensional ( $\mathbb{R}^1$ ), sea un homoemorfismo entre $\mathbb{R}^n$ y $\mathbb{R}^1$, pero esto no es posible[4].

Sin embargo, puede demostrarse fácilmente la existencia de la función $f_*$ para $A_i^*$ discretos[4], es decir, para canales que tengan un número fijo cualquiera de niveles, de manera que a lo menos es posible obtener un resultado satisfactorio y útil para el propósito que se estudia.

La necesidad de encontrar un homeomorfismo se advierte por el hecho de que es preciso que una pequeña desviación de $\mathbf{A}^*$ se transforme por efecto de $f_*^{-1}$ en una pequeña variación en $\prod_{i=1}^{n} A_i$, de modo que no se afecte el proceso por variaciones en los niveles, ruido, etc.

Si sólo se considera canales con niveles discretos, hay que tomar en cuenta que si son p niveles por cada canal, el sistema total deberá tener $p^n$ niveles, es decir, no es posible incluir en el sistema total una cantidad demasiado grande de información, puesto que se traduciría en pérdida de calidad en los canales o en la separación, o en pérdida de información.

Es necesario hacer notar que sin la función $f_*$ específica para cada caso, no podemos saber que ocurre con el producto $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ del sistema total, por consiguiente daremos una función válida para el caso de dos canales con dos niveles permitidos cada uno, de modo que si tenemos los canales x(1) y x(2) con los niveles permitidos 0 - 1, nuestra función $f_*$ puede estar dada por la tabla:

| x(1) | x(2) | $f_*$ (x(1), x(2)) |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 2 |
| 1 | 1 | 3 |

en que cada renglón define $f_*$ hacia la derecha y $f_*^{-1}$ hacia la izquierda.

En el caso anotado, la información se comprime en el mismo ancho de banda, de manera que:

$$B = B_1 = B_2 = \mathbf{B}$$

y además se cumple que

$$A_1 \times A_2 \times B = \mathbf{A} \times \mathbf{B}$$

lo que nos indica que en este caso no se produce un aumento en el ancho de banda total del sistema, sino que la información se incluye en amplitud ya que:

$$\mathbf{A} = A_1 \times A_2$$

Finalmente, por el hecho de que la amplitud sólo tiene las limitaciones de ruido y de amplitud máxima, el sistema compuesto es equivalente a uno de los canales componentes desde el punto de vista amplitud por ancho de banda. La diferencia está en que el sistema requiere de mayor número de niveles, vale decir, se ha incluido la información aumentando la amplitud y manteniendo el ancho de banda.

## BIBLIOGRAFIA

1 P.F. PANTER, "Modulation, Noise an Spectral Analysis". Mc Graw - Hill Book Co., New York, 1965.

2. B.P. LATHI, "Signals, Systems and Communication". John Willey, New York, 1967.

3 H.S. BLACK, "Modulation Theory". D. Van Nostrand Co., New York, 1953.

4 J. DUGUNDJI, "Topology". Allyn and Bacon, Boston, 1966.